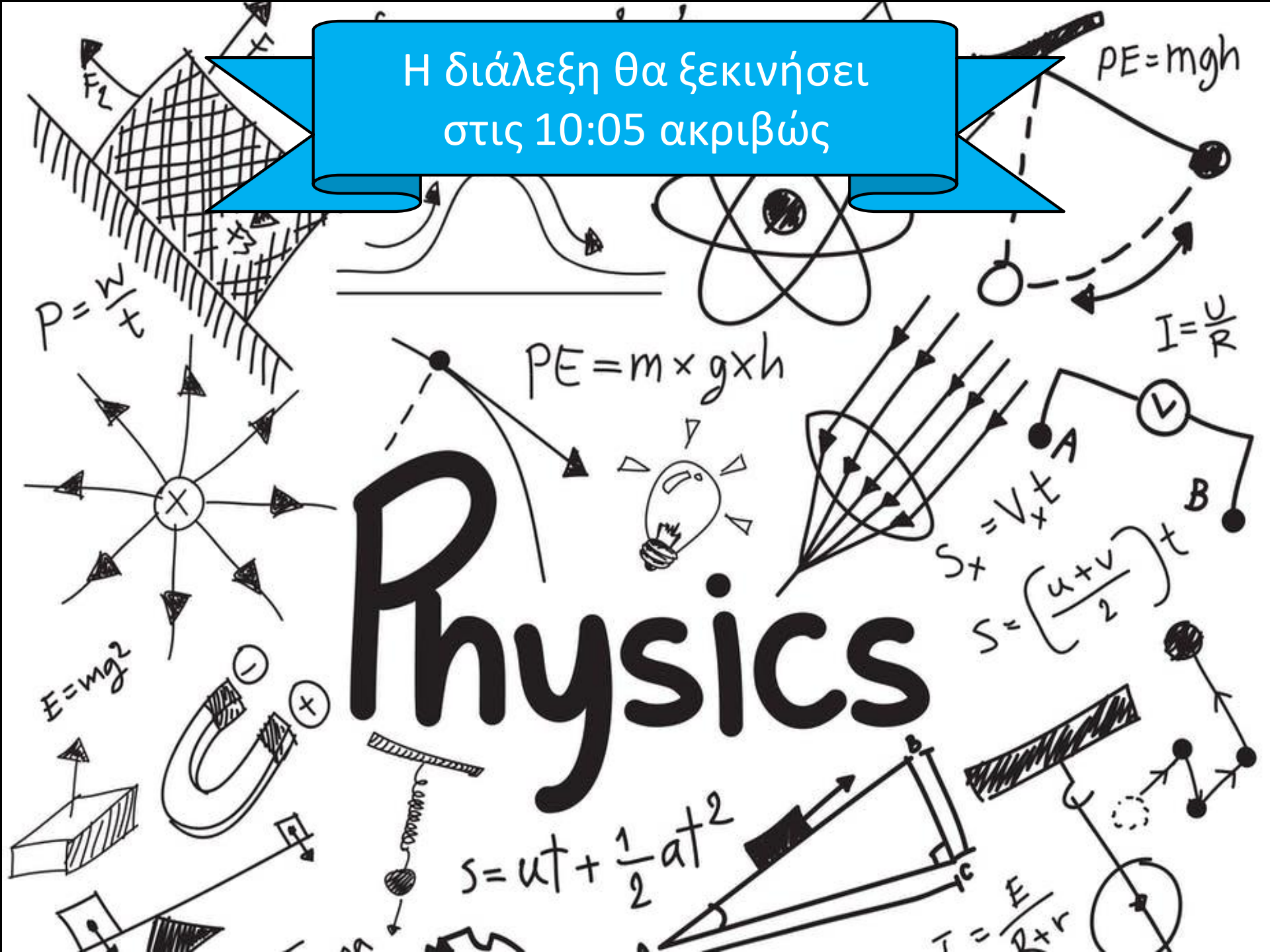


Η διάλεξη θα ξεκινήσει
στις 10:05 ακριβώς

Physics





Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Υπέρθεση
Στάσιμα Κύματα



Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Υπέρθεση

Στάσιμα Κύματα

Υπέρθεση

- Μελέτη κυματικής
- Διαφορά κυμάτων από σωματίδια
 - Συνδυασμός σωματιδίων δίνει ένα σώμα
 - Για να συμβεί πρέπει τα σωματίδια να βρίσκονται σε διαφορετικά σημεία του χώρου
 - Συνδυασμός κυμάτων δίνει ένα κύμα
 - Για να συμβεί πρέπει τα κύματα να βρίσκονται στο ίδιο σημείο!
- **Σημαντικό:** τα κύματα μπορούν να συνδυαστούν, να συνυπάρξουν, να συμβάλλουν στην *ίδια* θέση του χώρου!
 - Για να αναλύσουμε τέτοιες συμπεριφορές, απαιτείται η *αρχή της υπέρθεσης*

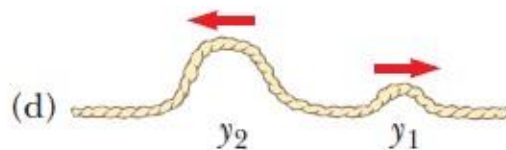
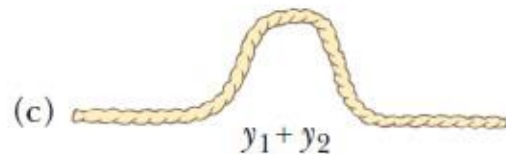
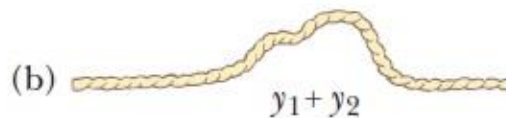
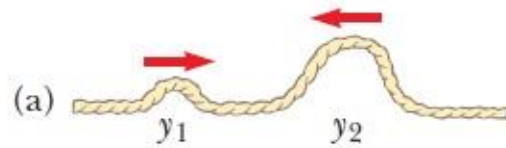
Υπέρθεση

- Αρχή της υπέρθεσης

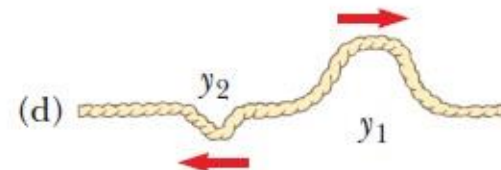
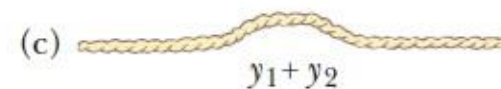
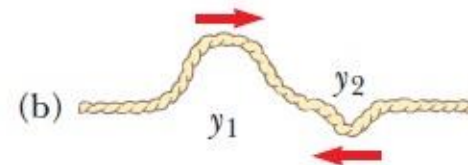
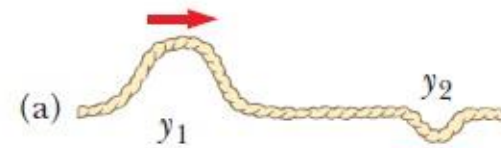
- *Αν σε κάποιο μέσο διαδίδονται δυο ή περισσότερα κύματα, η συνισταμένη τιμή της κυματοσυνάρτησης σε οποιοδήποτε σημείο είναι το αλγεβρικό άθροισμα των τιμών των κυματοσυναρτήσεων των επιμέρους κυμάτων*
- Τέτοια κύματα λέγονται **γραμμικά**
- Ο συνδυασμός δυο διαφορετικών κυμάτων στην ίδια περιοχή του χώρου λέγεται **συμβολή**

Υπέρθεση

○ Αρχή της υπέρθεσης



Ενισχυτική Συμβολή



Καταστρεπτική Συμβολή

Υπέρθεση

- Αρχή της υπέρθεσης

isvr

Υπέρθεση

$$\sin \theta \pm \sin \varphi = 2 \sin \left(\frac{\theta \pm \varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta \mp \varphi}{2} \right)$$

- Υπέρθεση ημιτονοειδών κυμάτων

- Δυο ημιτονοειδή κύματα που διαδίδονται προς μια κατεύθυνση
 - Ίδια συχνότητα ω , μήκος κύματος λ , και πλάτος A
 - Διαφορετική αρχική φάση φ

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t), \quad y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

- $$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$

$$= A[\sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t + \varphi)]$$

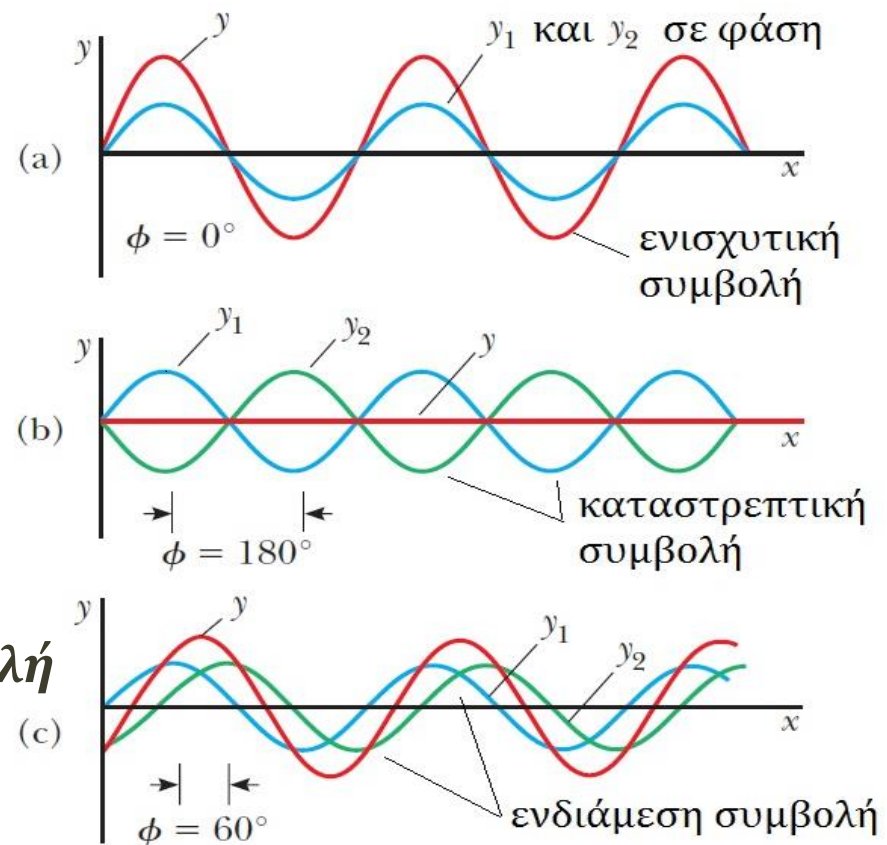
$$= 2A \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right) \leftarrow$$

Υπέρθεση

Υπέρθεση ημιτονοειδών κυμάτων

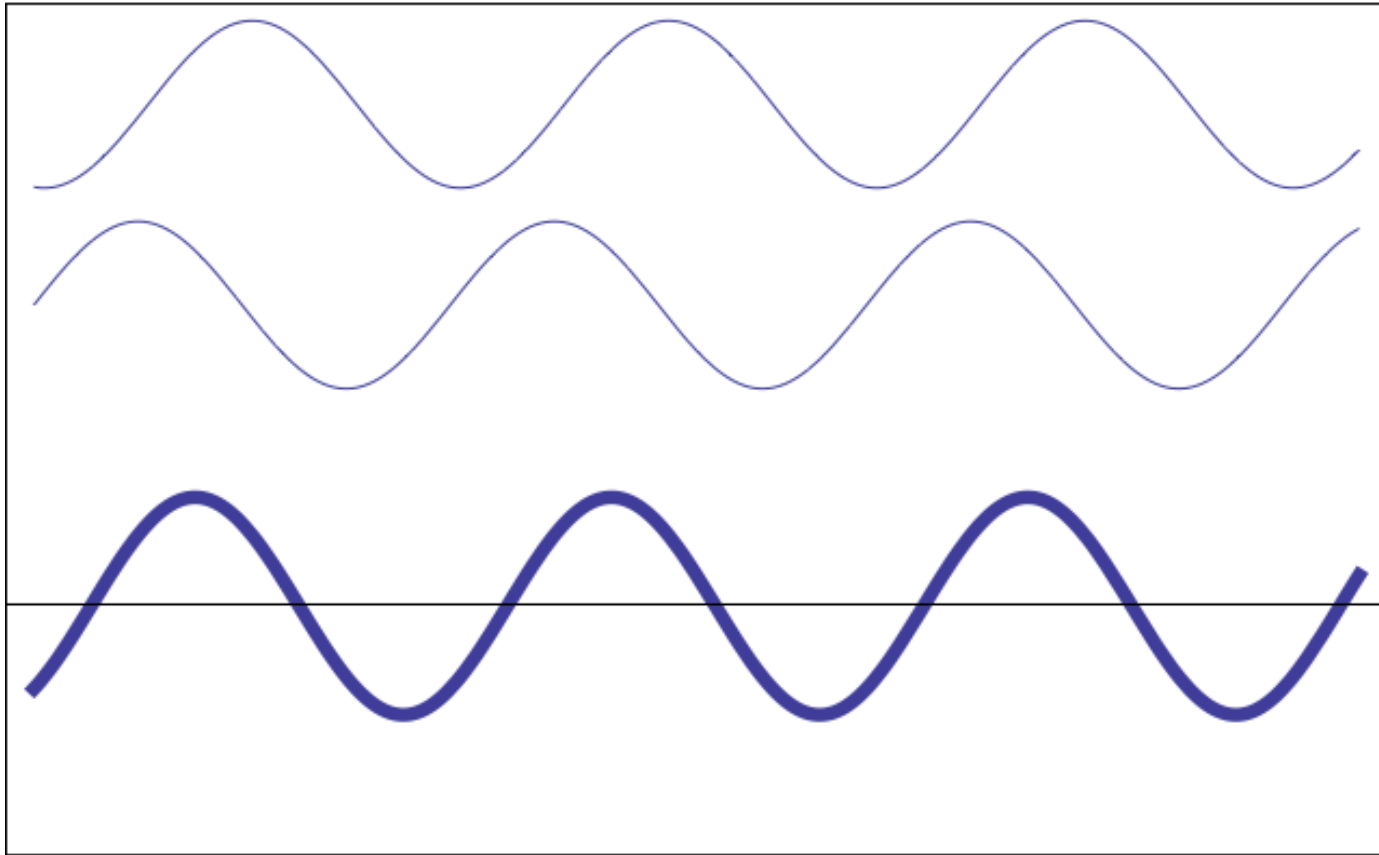
- $y(x, t) = 2A \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$

- Υδια συχνότητα
- Υδιο μήκος κύματος
- (α) $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$
 - Πλάτος $2A$
 - Κύματα **σε φάση**
 - Ενισχυτική συμβολή**
- (β) $\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$
 - Πλάτος 0
 - Κύματα **εκτός φάσης**
 - Καταστρεπτική συμβολή**
- (γ) Άλλες περιπτώσεις
 - $0 < \text{Πλάτος} < 2A$



Υπέρθεση

- Υπέρθεση ημιτονοειδών κυμάτων



Υπέρθεση

● Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Τα κύματα έχουν εν γένει το καθένα τη δική του αρχική φάση
 - ...ενώ μπορεί να διανύουν και διαφορετικές διαδρομές
 - Ηχητικά κύματα από το ηχείο ακολουθούν διαφορετική διαδρομή
 - Έχουν το ίδιο πλάτος A και συχνότητα ω
 - Απόσταση ηχείου από δέκτη = **μήκος διαδρομής**
- 

● Διαφορά διαδρομής

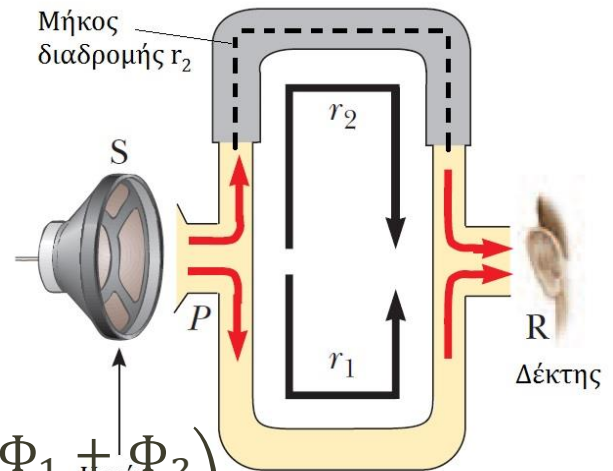
$$\Delta \mathbf{r} = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$$

- Φάση του καθενός κύματος

$$\Phi_i = kr_i - \omega t + \varphi_i$$

- Τότε

$$y(x, t) = 2A \cos\left(\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}\right)$$



Υπέρθεση

$$y(x, t) = 2A \cos\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) \sin(\dots)$$

- Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Έστω

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi$$

- Αν $\Delta\Phi = 2m\pi$, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ τότε τα κύματα συμβάλλουν **ενισχυτικά**

- Αφού

$$2A \cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) = 2A \cos(m\pi) = \pm 2A$$

- Αν $\Delta\Phi = (2m + 1)\pi$, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ τότε τα κύματα συμβάλλουν **καταστρεπτικά**

- Αφού

$$2A \cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) = 2A \cos\left(\frac{(2m + 1)\pi}{2}\right) = 2A \cos\left(m\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Υπέρθεση

- Συμβολή ηχητικών κυμάτων

$$\Phi_i = kr_i - \omega t + \varphi_i$$

- Επίσης

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi = k(r_2 - r_1) + \Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\varphi$$

- Αν η αρχική φάση είναι ίδια (π.χ. κοινή πηγή ήχου):

$$\Delta\varphi = 0$$

- Ενισχυτική συμβολή:

$$2\pi\frac{\Delta r}{\lambda} = 2m\pi \Leftrightarrow \Delta r = m\lambda, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

- Καταστρεπτική συμβολή:

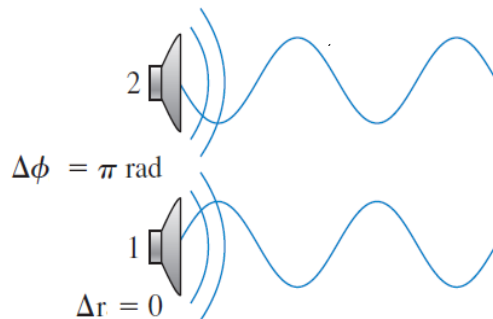
$$2\pi\frac{\Delta r}{\lambda} = (2m + 1)\pi \Leftrightarrow \Delta r = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Υπέρθεση

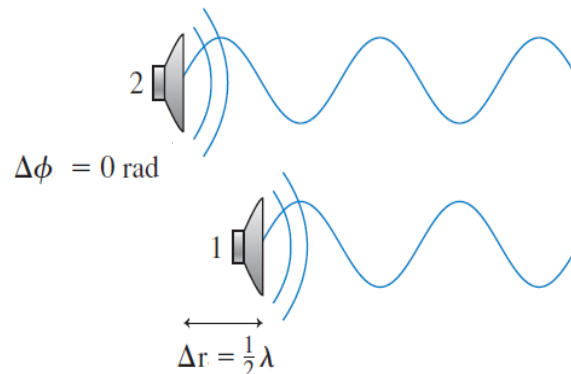
• Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Καταστρεπτική συμβολή – πότε συμβαίνει?
 - Λόγω διαφοράς αρχικής φάσης $\Delta\phi$ - (a)
 - Λόγω διαφορετικής θέσης της πηγής - (b)
 - Διαφορετικό μήκος διαδρομής Δr
 - Λόγω και των δυο παραπάνω παραγόντων - (c)
- Στο παρακάτω σχήμα, έχουμε $\Delta\Phi = \pi$ σε κάθε περίπτωση

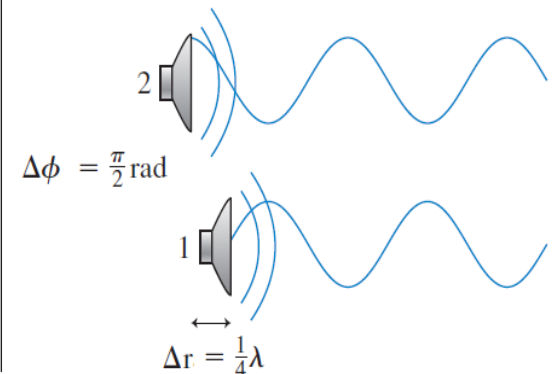
(a) Οι πηγές είναι εκτός φάσης



(b) Ίδιες πηγές διαφέρουν από μισό μήκος κύματος



(c) Οι πηγές είναι ξεχωριστές και (μερικώς) εκτός φάσης

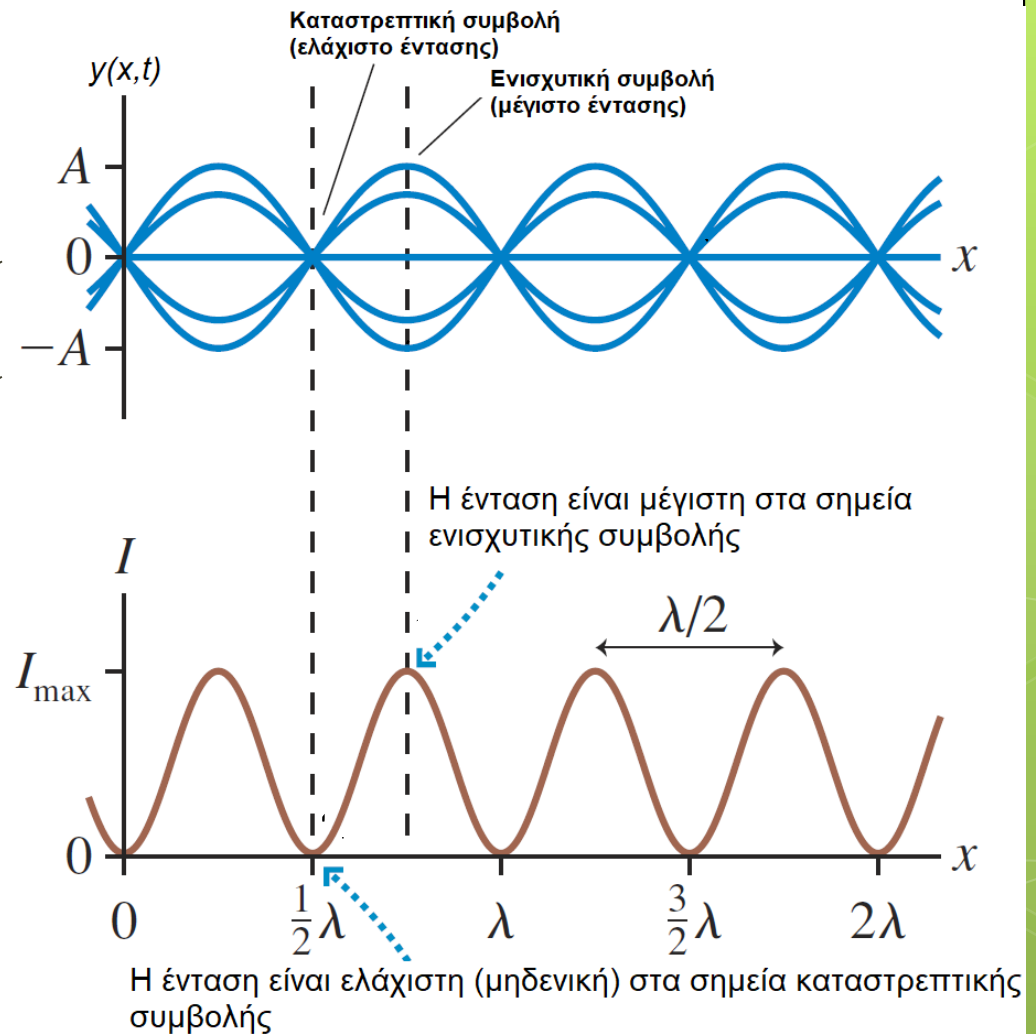


Υπέρθεση

• Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Μπορεί κανείς να δείξει ότι η ένταση I ενός ηχητικού κύματος είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους του κύματος, A^2

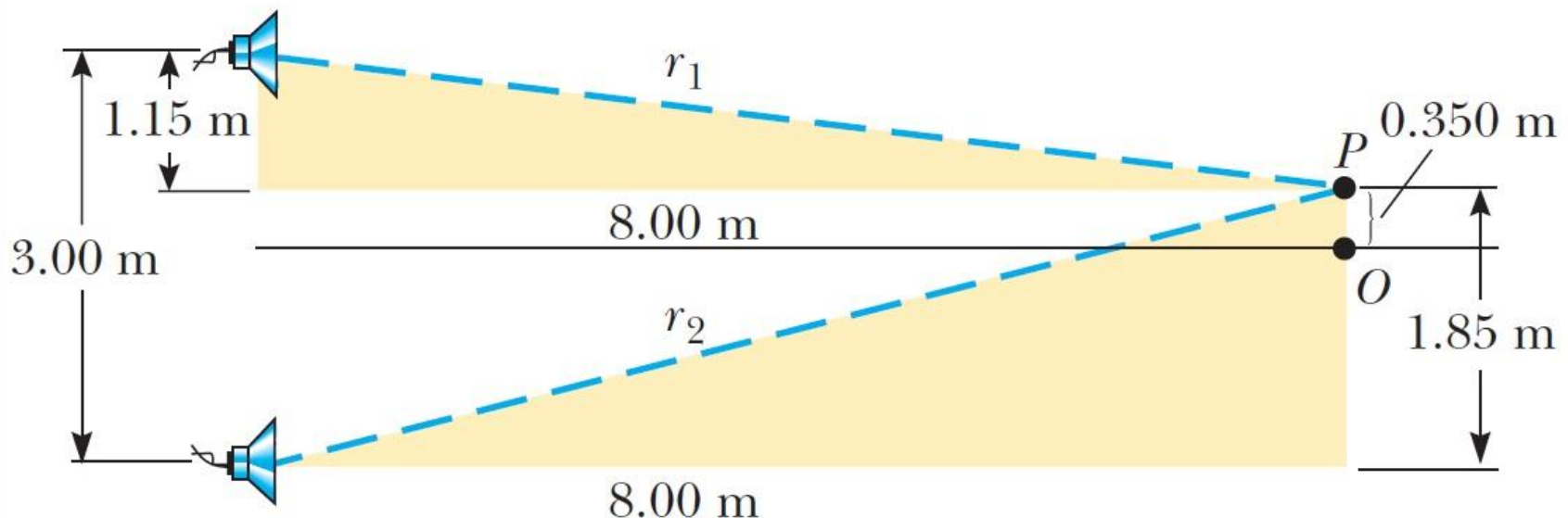
- Η ένταση I του ήχου είναι μέγιστη στα σημεία ενισχυτικής συμβολής και μηδενική (ελάχιστη) στα σημεία καταστρεπτικής συμβολής



Υπέρθεση

● Παράδειγμα:

- Δυο ηχεία απέχουν 3 m μεταξύ τους είναι συνδεδεμένα με το ίδιο στερεοφωνικό. Ένας ακροατής βρίσκεται αρχικά στο σημείο O, που απέχει 8 m από το μέσον της ευθείας που ενώνει τα δυο ηχεία. Στη συνέχεια μετακινείται στο σημείο P, το οποίο έχει κάθετη απόσταση 0.35 m από το O και ακούει το πρώτο ελάχιστο της έντασης του ήχου. Ποια είναι η συχνότητα του ήχου;

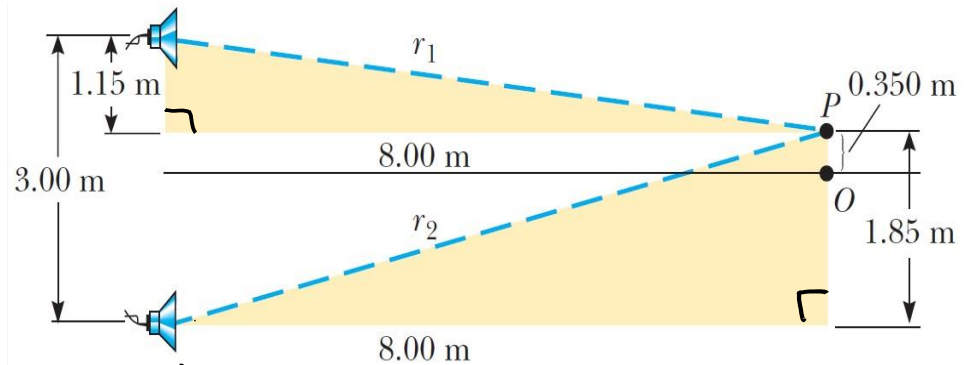


Υπέρθεση

Παράδειγμα - Λύση:

Από τα δεδομένα, $\Delta\phi = 0$

Ξέρουμε ότι στο σημείο P θα έχουμε καταστρεπτική αββασή



Αρα

$$\underset{\substack{\uparrow \\ |r_2 - r_1|}}{\Delta r} = (2m+1) \frac{\lambda}{2}, m = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \bullet r_1^2 &= 8.00^2 + 1.15^2 \Rightarrow r_1 \approx 8.08 \text{ m} \\ \bullet r_2^2 &= 8.00^2 + 1.85^2 \Rightarrow r_2 \approx 8.21 \text{ m} \end{aligned} \quad \left\{ \Rightarrow \Delta r = 0.13 \text{ m} \right.$$

$$\text{Αρα } \Delta r = 0.13 = (2m+1) \frac{\lambda}{2} \quad \left\{ \begin{aligned} &\Rightarrow \lambda = 0.26 \\ &u = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned} \right. \quad \left\{ \begin{aligned} &\Rightarrow u = \lambda f \Rightarrow \\ &\Rightarrow f = 1300 \text{ Hz} \end{aligned} \right.$$

$m = 0$

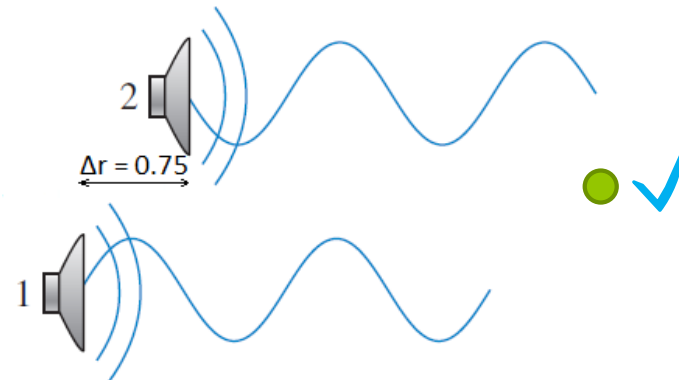
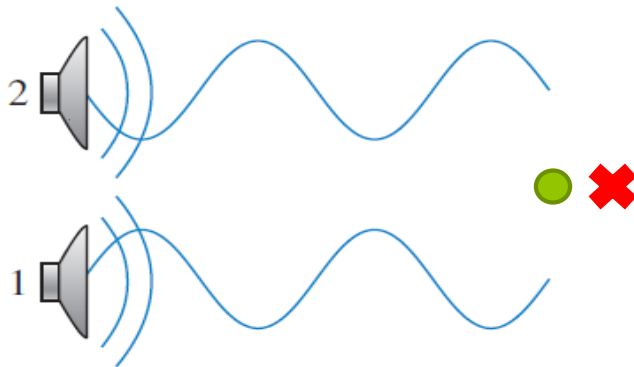
Υπέρθεση

◉ Παράδειγμα:

Δυο ηχεία στέκονται μπροστά σας δίπλα-δίπλα και παίζουν την ίδια συχνότητα. Αρχικά δεν ακούτε κάποιον ήχο.

Τότε ένα από τα ηχεία αρχίζει σιγά σιγά να κινείται μακριά από σας. Η ένταση του ήχου αυξάνεται όσο η απόσταση μεταξύ των ηχείων αυξάνεται, φτάνοντας ένα μέγιστο όταν τα ηχεία βρίσκονται σε απόσταση 0.75 m μεταξύ τους.

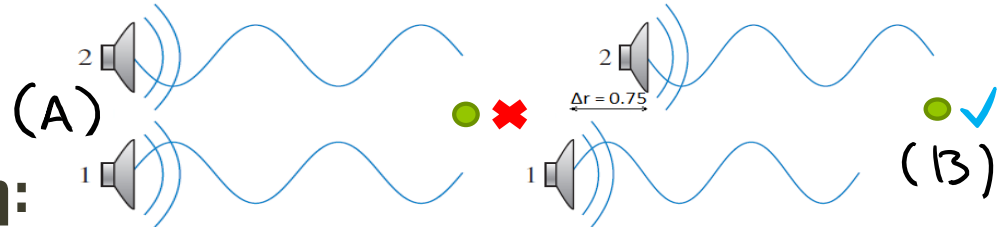
Τότε, όσο το ηχείο συνεχίζει να κινείται, η ένταση αρχίζει να μειώνεται. Πόση είναι η απόσταση μεταξύ των ηχείων όταν η ένταση του ήχου γίνει ξανά ελάχιστη?



Υπέρθεση

• Παράδειγμα – Λύση:

- Δυο ηχεία στέκονται μπροστά σας δίπλα-δίπλα και παίζουν την ίδια συχνότητα. Αρχικά δεν ακούτε κάποιον ήχο. Τότε ένα από τα ηχεία αρχίζει σιγά σιγά να κινείται μακριά από σας. Η ένταση του ήχου αυξάνεται όσο η απόσταση μεταξύ των ηχείων αυξάνεται, φτάνοντας ένα μέγιστο όταν τα ηχεία βρίσκονται σε απόσταση 0.75 m μεταξύ τους. Τότε, όσο το ηχείο συνεχίζει να κινείται, η ένταση αρχίζει να μειώνεται. Πόση είναι η απόσταση μεταξύ των ηχείων όταν η ένταση του ήχου γίνει ξανά ελάχιστη?



Στη θέση (A) δεν ακούτε τίποτα ($\Rightarrow$ καταστρ. συμβολή)

$$\text{Είναι } \left. \begin{aligned} \Delta\phi &= \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r + \Delta\phi \\ \Delta r &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 0 + \Delta\phi \Rightarrow \Delta\phi = \Delta\phi$$

$$\text{Αρα έχουμε καταστρ. συμβολή : } \left. \begin{aligned} \Delta\phi &= (2m+1) \cdot \pi, \quad m=0,1,2,\dots \\ \Delta\phi &= \Delta\phi \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

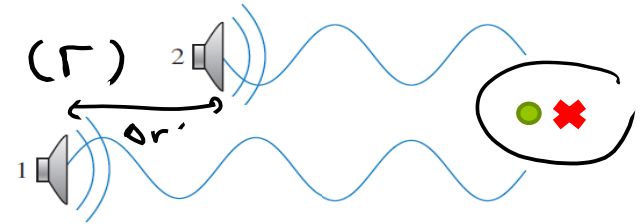
$$\Rightarrow \boxed{\Delta\phi = \pi} \quad (m=0)$$

Στη θέση (B) ανώφε το πρώτο μέγιστο της έντασης του ήχου.

Υπέρθεση

• Παράδειγμα – Λύση:

- Δυο ηχεία στέκονται μπροστά σας δίπλα-δίπλα και παίζουν την ίδια συχνότητα. Αρχικά δεν ακούτε κάποιον ήχο. Τότε ένα από τα ηχεία αρχίζει σιγά σιγά να κινείται μακριά από σας. Η ένταση του ήχου αυξάνεται όσο η απόσταση μεταξύ των ηχείων αυξάνεται, φτάνοντας ένα μέγιστο όταν τα ηχεία βρίσκονται σε απόσταση 0.75 m μεταξύ τους. Τότε, όσο το ηχείο συνεχίζει να κινείται, η ένταση αρχίζει να μειώνεται. Πόση είναι η απόσταση μεταξύ των ηχείων όταν η ένταση του ήχου γίνει ξανά ελάχιστη?



$$\text{Αρα στη θέση (B)}: \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r + \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r + \pi \quad \left\{ \Rightarrow \right. \\ \left. \Delta r = 0.75 \text{ m} \right.$$

$$\Rightarrow \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{3}{4} + \pi = \frac{3\pi}{2\lambda} + \pi, \text{ κι αφού ακαίφε το πρώτο} \\ \text{μέγιστο της έντασης του ήχου, } \Delta\phi = 2\pi \quad (m=1, \text{ πρώτο μέγιστο})$$

$$\text{Αρα } \frac{3\pi}{2\lambda} + \pi = 2\pi \Rightarrow \lambda = \frac{3}{2} \text{ m} = 1.5 \text{ m}$$

$$\text{Στη θέση (Γ), θα έχουμε: } \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta r' + \pi \quad \left\{ \Rightarrow \right. \\ \left. \lambda = 0.75 \text{ m} \right.$$

$$\Delta\phi = \frac{4\pi}{3} \cdot \Delta r' + \pi = (2m+1)\pi \quad \left| \begin{array}{l} m=1 \\ \Rightarrow \Delta r' = \frac{3}{2} \text{ m} = 1.5 \text{ m} \end{array} \right.$$



Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Υπέρθεση

Στάσιμα Κύματα

Στάσιμα Κύματα

$$\sin \theta \pm \sin \varphi = 2 \sin \left(\frac{\theta \pm \varphi}{2} \right) \cos \left(\frac{\theta \mp \varphi}{2} \right)$$

• Στάσιμα κύματα

- Ως τώρα βλέπαμε ηχητικά κύματα που συνέβαλαν σε κάποιο σημείο μπροστά τους
- Τι θα γίνει αν τα βάλουμε αντικρουστά;
 - Ίδια συχνότητα, μήκος κύματος, πλάτος
 - Αντίθετη ταχύτητα
- $y = y_1 + y_2$
 $= A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t)$
 $= (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$
- Η παραπάνω σχέση ορίζει ένα **στάσιμο κύμα**
 - Γενικότερα, **στάσιμη** λέγεται μια ταλάντωση με **στάσιμο περίγραμμα που αποτελείται από την υπέρθεση δυο όμοιων κυμάτων που ταξιδεύουν προς αντίθετες κατευθύνσεις**

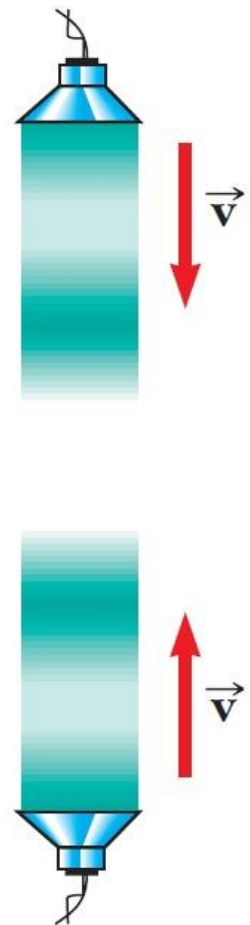


Στάσιμα Κύματα

- *Στάσιμα κύματα*

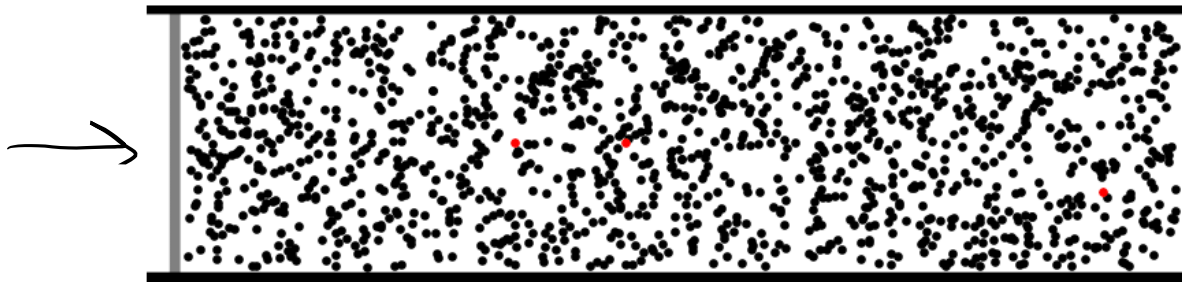
$$y = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$

- Παρατηρήστε ότι δεν εξαρτάται από την έκφραση $kx \pm \omega t$
- Άρα **δεν** είναι οδεύον κύμα
- Δεν υπάρχει η έννοια της διάδοσης της κίνησης σε ένα στάσιμο κύμα



Στάσιμα Κύματα

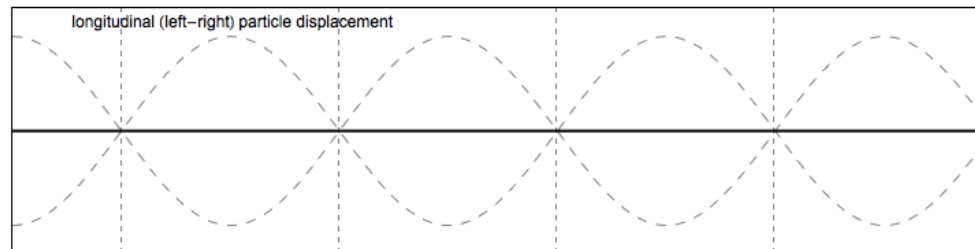
◉ Στάσιμα κύματα



©2012, Dan Russell

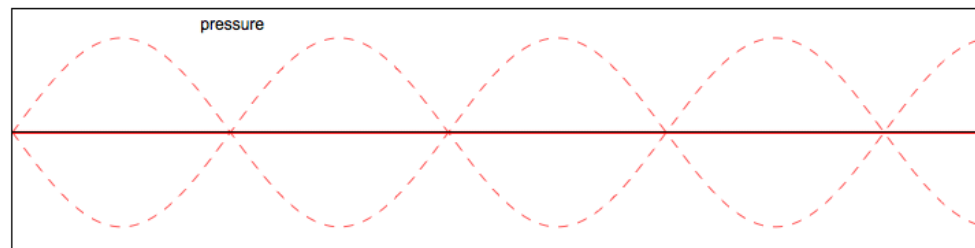
$$\zeta(x,t)$$

Μετατόπιση



$$\Delta P(x,t)$$

Πίεση



Στάσιμα Κύματα

- **Στάσιμα κύματα**

- Ας συγκρίνουμε:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

και

$$y(x, t) = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$

- Τι παρατηρείτε;

- Η δεύτερη περιγράφει μια ειδική μορφή της πρώτης

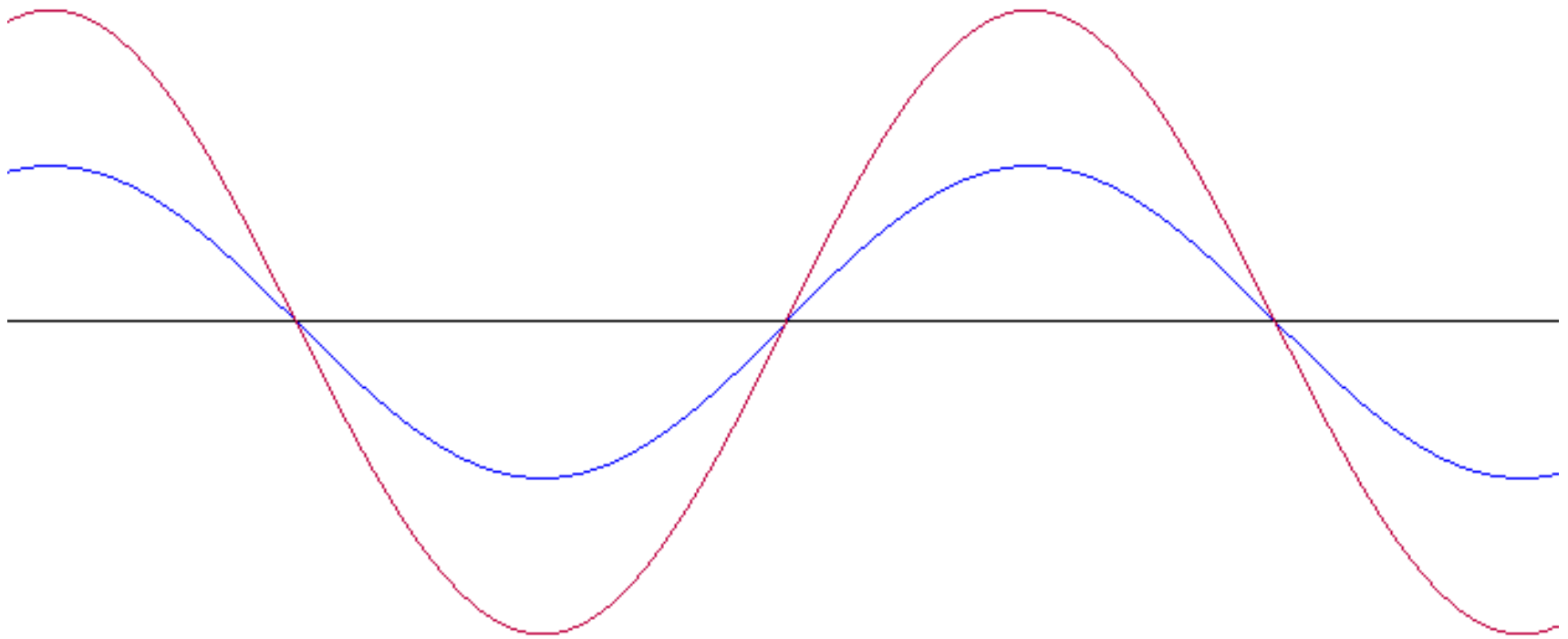
- $\varphi = 0$

- Κάθε στοιχείο που βρίσκεται στη **θέση** x εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση

- Το πλάτος της απλής αρμονικής κίνησης, $2A \sin(kx)$, ενός στοιχείου εξαρτάται από τη **θέση** του στοιχείου, x , στο μέσο

Στάσιμα Κύματα

- *Στάσιμα κύματα*



Στάσιμα Κύματα

- Στάσιμα κύματα

Creating Standing Waves from Travelling Waves



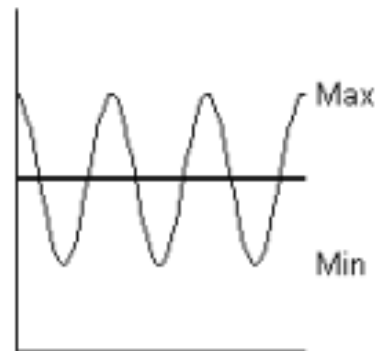
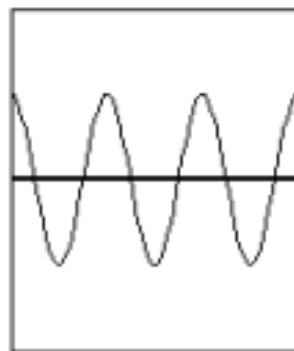
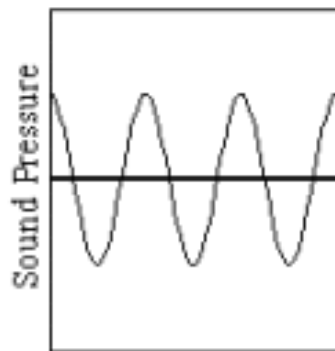
plane wave: →



plane wave: ←



plane waves: superposition





Συνεχίζεται...😊

